Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Wintersemester 2019/20

Prof. Dr. A. Schmidt
O. Thomas

Präsenzübungen zur Linearen Algebra I
Blatt 0

keine Abgabe, Besprechung am 21. und 22.10.2019

Aufgabe 1. (a) Zeigen Sie: Für $X = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}, X_1 = \{2, 4, 8\}$ und $X_2 = \{1, 2\}$ ist $X \setminus (X_1 \cup X_2) = (X \setminus X_1) \cap (X \setminus X_2)$.

(b) Zeigen Sie: Sind A und B Aussagen, so ist $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$ und $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$.

(c) Folgern Sie: Für Teilmengen X_1, X_2 einer Menge X ist $X \setminus (X_1 \cup X_2) = (X \setminus X_1) \cap (X \setminus X_2)$.

(d) Für eine Menge X sei $(X_i)_{i \in I}$ eine Familie von Teilmengen. Zeigen Sie, dass $X \setminus (\bigcup_{i \in I} X_i) = \bigcap_{i \in I} X \setminus X_i$.

Aufgabe 2. Wir betrachten die Mengen $A = \{-1, 0, 1, 2\}, B = \{-3, 3, 5, 7\}$ und $C = \{2, 5, 6\}$ und die Abbildung $f\colon A \times B \times C \to \mathbb{Z}$ gegeben durch

$$f(a, b, c) = a \cdot b + c.$$

(a) Finden Sie Teilmengen $M, N \subset A \times B \times C$ mit $f(M \cap N) \neq f(M) \cap f(N)$.

(b) Bestimmen Sie $f^{-1}(5), f^{-1}(17)$ und $f^{-1}(20)$.

(c) Finden Sie eine vierelementige Teilmenge $X \subset A \times B \times C$ mit $f(X) = \{5, 6, 7\}$. Ist sie eindeutig?

Aufgabe 3. Finden Sie Beispiele für folgende Phänomene:

(a) $f\colon A \to A$ ist eine injektive Abbildung, welche nicht surjektiv ist.

(b) $g\colon B \to B$ ist eine surjektive Abbildung, welche nicht injektiv ist.

(c) $h\colon C \to C$ ist eine surjektive Abbildung und jedes Element $c \in C$ hat unter h genau 51 Urbilder.